

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 01.12.23

Тема: «Арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс»

1. Новый материал (конспект в тетрадь)

Функции $y=\arcsin x, y=\arccos x, y=\arctg x, y=\operatorname{arcctg} x$ называются **обратными тригонометрическими функциями**.

Приставка «arc» означает обратный.

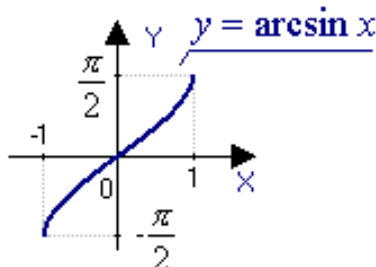
1. Арксинус

Арксинусом числа a называется такое число из отрезка $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, синус которого равен a .

Функция $y=\arcsin x$ является обратной к функции $y=\sin x$, где $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, поэтому свойства функции $y=\arcsin x$ можно получить из свойств функции $y=\sin x$

Основные свойства функции $y=\arcsin x$

1. Область определения - отрезок $[-1; 1]$
2. Множество значений - отрезок $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
3. Функция $y=\arcsin x$ - возрастает.
4. Функция $y=\arcsin x$ является нечётной, так как $\arcsin(-x)=-\arcsin x$



Пример:

$$\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3}, \text{ так как } \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Необходимо помнить: $\arcsin(-a)=-\arcsin a$

Пример:

$$\arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\pi}{4}, \text{ так как } \sin \left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

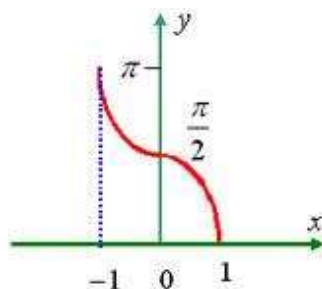
2. Арккосинус

Арккосинусом числа a называется такое число из отрезка $[0; \pi]$, косинус которого равен a .

Функция $y = \arccos x$ является обратной к функции $y = \cos x$, где $0 \leq x \leq \pi$

Основные свойства функции $y = \arccos x$

1. Область определения - отрезок $[-1; 1]$
2. Множество значений - отрезок $[0; \pi]$
3. Функция $y = \arccos x$ убывает



Пример:

$$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6}, \text{ так как } \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Необходимо помнить: $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$

Пример:

$$\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \pi - \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

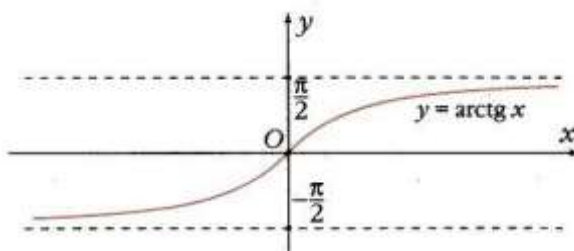
3. Арктангенс

Арктангенсом числа a называется такое число из интервала $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, тангенс которого равен a .

Эта функция $y = \arctg x$ является обратной к функции $y = \operatorname{tg} x$, где $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

Основные свойства функции $y = \arctg x$

1. Область определения - множество \mathbb{R} всех действительных чисел
2. Множество значений - интервал $(-\pi/2; \pi/2)$
3. Функция $y = \arctg x$ возрастает.
4. Функция $y = \arctg x$ является нечётной, так как $\arctg(-x) = -\arctg x$



Пример:

$$\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}, \text{ так как } \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1$$

Необходимо помнить: $\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$

Пример:

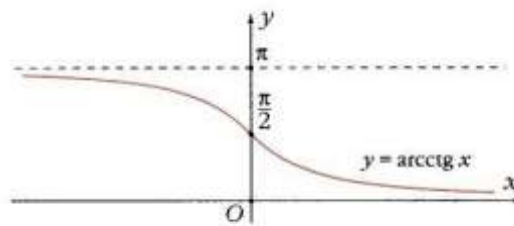
$$\operatorname{arctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{\pi}{6}, \text{ так как } \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

4. Арккотангенс

Арккотангенсом числа a называется такое число из интервала $(0; \pi)$, котангенс которого равен a .

Свойства функции $y = \operatorname{arccotg} x$

1. Область определения - множество \mathbb{R} всех действительных чисел
2. Множество значений - интервал $(0; \pi)$
3. Функция не является ни чётной, ни нечётной, т.к. график функции не симметричен ни относительно начала координат, ни относительно оси y .
4. Функция убывает.



Пример:

$$\operatorname{arccotg} \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi}{3}, \text{ так как } \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Необходимо помнить: $\operatorname{arccotg}(-a) = \pi - \operatorname{arccotg} a$

Пример:

$$\operatorname{arccotg} (-\sqrt{3}) = \pi - \operatorname{arccotg} \sqrt{3} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

Решение задач

1. Вычислите $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 2 \cdot \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Решение:

$$\begin{aligned} \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 2 \cdot \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} &= -\frac{\pi}{3} - 2 \cdot \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} - \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \\ &= \frac{-2\pi - 9\pi + \pi}{6} = -\frac{10\pi}{6} = -\frac{5\pi}{3}. \end{aligned}$$

Домашнее задание:

1. Определения и свойства обратных тригонометрических функций знать!
2. Вычислите

$$1.1. \quad 2 \cdot \left(\operatorname{arctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right) + \arccos 0 \right) - \operatorname{arcctg} \sqrt{3};$$

$$1.2. \quad \frac{\arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \arccos \frac{1}{2}}{\operatorname{arctg} 1};$$

$$1.3. \quad 2 \cdot \arccos 1 - \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$1.4. \quad \arcsin \frac{1}{2} - \arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \operatorname{arcctg}(-1);$$

$$1.5. \quad \frac{\operatorname{arcctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right) - \arcsin \left(-\frac{1}{2} \right)}{\arccos 0};$$

Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru